Mg
2016

Varianta 1

Subiectul I (4.5 p)

1. Justificaţi că seriile următoare sunt convergente şi au suma indicată: $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2^n}{5^n}=\frac{5}{3}$, $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{5^n}=\frac{5}{6}$.

Determinaţi natura seriei $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{3\cdot 2^{n+1}+8\cdot(-1)^{n-1}}{5^n}$, iar în caz de convergenţă calculaţi suma ei.

2. Fie f: $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^3 - 3x^2 - 9x + y^3 - 12y + 1$. Să se calculeze derivatele parţiale de ordinul I şi II ale lui f, precum şi punctele de extrem local ale acestei funcţii.

3. Să se calculeze $I=\int_0^{\infty}(2x-1)^2e^{-x}dx$.

4. Un capital de 150000 u.m. este plasat într-un cont cu rata anuală a dobânzii 1.2%. Să se determine capitalul disponibil peste 2 luni si dobânda acumulată (regim de dobândă simplă).

Subiectul II (4.5 p)

1. Fie A şi B evenimente independente cu $P(A\cap B)=\frac{1}{9}$ şi $P(A)=\frac{2}{3}$. Calculaţi $P(\overline{B})$ şi $P(A\cup B)$.

2. Fie (X,Y) o variabilă aleatoare bidimensională, cu repartiţia dată de

$X\setminus Y$	0	1	3	$P(X=x)$
-1			0.3	
0	0.1	0.2	0.2	
$P(Y=y)$	0.3			

i) Să se determine repartiţia comună, repartiţiile marginale şi să se cerceteze independenţa variabilelor aleatoare X şi Y.

ii) Să se determine covarianţa variabilelor aleatoare X şi Y, precum şi dispesia variabilei aleatoare $2X-10Y$.

3. Fie X o variabilă aleatoare continuă cu densitatea

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}(3-2x) & , \text{ pentru } x\in[0,1]\\ 0 & , \text{ pentru } x\notin[0,1]\end{cases}.$$

Să se calculeze media M(X) şi dispersia D(X).

4. O selecţie de volum 10 a condus la următoarele rezultate:

x_i	12	8	7
n_i	3	5	2

Să se afle valoarea mediei de selecţie şi valoarea dispersiei de selecţie pentru aceste observaţii.

Mg 2015 Re

NR. 1

Subiectul I (4,5 p)

1. Fie f: $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = -3x^2 - y^4 + 6x - 4y + 10$.

a) Să se calculeze derivatele parţiale de ordinul I şi II ale lui f

b) Să se afle punctele de extrem local ale acestei funcţii.

2. Fie seria de puteri $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)}{4^n} \cdot x^n$, unde $x \in \mathbb{R}$. Să se determine :

a) raza de convergenţă

b) intervalul de convergenţă

c) multimea de convergenţă

3. a) Definiţi funcţia Gamma a lui Euler. b) Să se calculeze $\int_0^{\infty} x^9 e^{-x^2} dx$.

Subiectul II (4,5 p)

1. Fie (X , Y) o variabilă aleatoare bidimensională cu repartiţia dată de

$X \setminus Y$	0	1	
-1	0.2	0.3	
2	0.4		

a) Să se completeze tabloul repartiţiei şi să se determine repartiţiile marginale.

b) Să se determine coeficientul de corelaţie al variabilelor aleatoare X şi Y.

2. Fie X o variabilă aleatoare continuă cu densitatea de repartiţie dată de :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2} & , \text{ daca } x \in [0,1] \\ 0 & , \text{ daca } x \notin [0,1] \end{cases}$$

a) Să se demonstreze că f este densitate de repartiţie.

b) Să se calculeze media M(X).

3. Să se afle valoarea mediei de selecţie şi valoarea dispersiei de selecţie pe baza observaţiilor

x_i	1	2	3	5
n_i	1	2	3	2

11 9 2014

Varianta 2

Subiectul I (4 p)

1. Să se calculeze raza de convergenţă a seriei de puteri: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{3n+1}} (x+4)^n$.

2. Fie f: $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = 2y^3 + 4xy - x^2 + 7$. Să se calculeze derivatele parţiale de ordinul I şi II ale lui f, precum şi punctele de extrem local ale acestei funcţii.

3. Să se calculeze $\int_0^{\infty} x^2 \cdot e^{\frac{-x}{5}} dx$. / $\int_0^{\infty} (x+1)^2 e^{-\frac{x}{2}} dx$

4. Un capital de 20.000 u.m. este plasat într-un cont cu rata anuală a dobânzii 3%. Să se determine capitalul disponibil peste 2 ani şi dobânda acumulată (regim de dobândă compusă).

Subiectul II (5 p)

1. O urnă conţine 3 bile albe şi 6 bile negre. Se extrag la întamplare 2 bile din urnă, cu revenire.

Să se determine probabilitatea ca dintre cele 2 bile extrase, 2 să fie albe .

2. Fie (X, Y) o variabilă aleatoare bidimensională cu repartiţia dată de

X/Y	0	1	
-1	0,3	0,2	
1	0,1	0,4	

a) Să se completeze tabloul repartiţiei şi să se determine repartiţiile marginale.

b) Să se determine coeficientul de corelaţie al variabilelor aleatoare X şi Y.

3. Fie X o variabilă aleatoare continuă cu densitatea de repartiţie dată de :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{7}(x+3) & , \text{ pentru } x \in [0,1] \\ 0 & , \text{ pentru } x \notin [0,1] \end{cases}.$$

a) Să se calculeze media M(X) .

b) Să se determine funcţia de repartiţie F(x) şi $P(X < \frac{1}{2})$.

4. Pentru variabila aleatoare $X \in N(m,2)$ s-a efectuat o selecţie de volum 11, care a condus la următoarele rezultate:

x_i	1	2	3	4
n_i	6	1	2	2

a) Să se scrie densitatea de repartiţie pentru variabila aleatoare X.

b) Să se determine media de selecţie şi dispersia de selecţie modificată (corectată).

Model subiect examen

Subiectul I:

1. Să se determine mulțimea de convergență a seriei de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)\cdot 5^n}(x-2)^n$, $x \in R$.

2. Să se determine extremele locale ale funcției $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x,y) = x^3 + y^3 + 3xy + 33$.

3. Determinati suma seriei $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2\cdot 3^n}{5^n}$

Subiectul II:

1. O urna contine 3 bile albe si 6 bile negre. Se extrag la intamplare 2 bile din urna, fara revenire. Calculati probabilitatea ca din cele 2 bile extrase, 2 sa fie albe

2. Se dă repartiția bidimensională a variabilelor X şi Y

X/Y	-1	0	
1	3/10		
2			1/2
	$4p$	$6p$	

a) Să se determine repartițiile marginale şi repartiția comună a variabilelor aleatoare X si Y.
b) Să se determine coeficientul de corelație al variabilelor aleatoare X si Y.
c) Să se cerceteze independența variabilelor aleatoare X si Y.

3. Fie X este o variabilă aleatoare continuă cu densitatea de repartiție
$f(x) = \begin{cases} a(1-x) & , \text{ pentru } x \in (0,1) \\ 0 & , \text{ pentru } x \notin (0,1) \end{cases}$. Sa se calculeze
a) valoarea parametrului real a si media lui X
b) Functia de repartitie

4. Dată fiind selecția: 1, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 9, calculati media si dispersia de selecție

.